

Квантовая механика

Список вопросов (вопросы №1-34 относятся к программе коллоквиума)

1. Мысленные опыты: измерение координаты с помощью микроскопа и с помощью щели, измерение импульса по рассеянию рентгеновских лучей.
2. Дуализм волна-частица. Принцип дополнительности. Состояние квантовой системы.
3. Гильбертово пространство. Реализации гильбертова пространства.
4. Операторы в гильбертовом пространстве и соотношения между ними: равенство, сумма, произведение, коммутатор, антикоммутатор. Примеры операторов.
5. Линейные операторы. Обратный оператор. Эрмитово сопряженный оператор. Самосопряженные, антиэрмитовы, унитарные, положительно определенные операторы.
6. Самосопряженные операторы и их свойства. Примеры самосопряженных операторов.
7. Дельта-функция Дирака. Дельтаобразные последовательности. Свойства дельта-функции.
8. Спектр самосопряженного оператора. Разложение функции по спектру самосопряженного оператора. Условие полноты.
9. Операторы координаты и импульса и их спектр.
10. Теоремы о коммутирующих операторах. Функции от операторов.
11. Преобразование подобия. Унитарные преобразования.
12. Операторы физических величин. Классические и квантовые скобки Пуассона. Квантовая скобка Пуассона операторов координаты и импульса.
13. Квантовая скобка Пуассона операторов координаты и импульса. Вид оператора импульса.
14. Операторы для физических величин, имеющих классический аналог. Классическая функция Гамильтона. Оператор Гамильтона.
15. Среднее значение физической величины. Состояние, в котором физическая величина имеет определенное значение. Редукция волнового пакета.
16. Одновременная измеримость двух физических величин. Вывод соотношения неопределенностей для пары физических величин. Полный набор физических величин.
17. Волновая функция. Вероятностное толкование процесса измерения. Распределение вероятностей. Плотность вероятности.
18. Основные положения теории представлений. Представление волновой функции и оператора. Координатное и импульсное представления.
19. Чистые и смешанные состояния. Статистический оператор и его свойства. Статистический оператор чистого состояния.
20. Временное уравнение Шредингера как следствие уравнения для средних значений физических величин.
21. Развитие во времени смешанного состояния. Квантовое уравнение Лиувилля.
22. Оператор эволюции. Временное уравнение для операторов эволюции. Свойства оператора эволюции.
23. Представление Гейзенберга. Уравнение Гейзенберга.
24. Уравнение неразрывности. Плотность вероятности и плотность тока вероятности.
25. Основные свойства решений одномерного стационарного уравнения Шредингера для частицы в поле. Качественный анализ спектра гамильтониана. Невырожденность дискретных уровней энергии.
26. Свойства симметрии решений одномерного уравнения Шредингера с четным потенциалом. Число узлов волновой функции связанного состояния.
27. Прямоугольная потенциальная яма. Дискретный спектр. Яма бесконечной глубины.
28. Временная и стационарная постановки задачи рассеяния. Прямоугольная потенциальная яма. Коэффициенты отражения и прохождения.

29. Временная и стационарная постановки задачи рассеяния. Прямоугольный потенциальный барьер. Туннельный эффект. Надбарьерное отражение.
30. Периодический потенциал. Оператор трансляции. Теорема Блоха. Спектр гамильтониана с периодическим потенциалом.
31. Гармонический осциллятор. Операторы рождения и уничтожения, их коммутатор. Оператор числа частиц и его спектр.
32. Гармонический осциллятор. Энергетический спектр. Волновые функции.
33. Гармонический осциллятор. Среднее значение координаты, импульса, кинетической и потенциальной энергий. Соотношение неопределенностей. Нулевые колебания осциллятора.
34. Частица в однородном электрическом поле. Импульсное представление. Функции Эйри и их асимптотика.
35. Развитие во времени средних значений физических величин. Уравнения Эренфеста.
36. Минимизирующий волновой пакет. Расплывание минимизирующего волнового пакета для свободной частицы.
37. Минимизирующий волновой пакет. Расплывание минимизирующего волнового пакета для гармонического осциллятора.
38. Квазиклассическое приближение. Связь с уравнением Гамильтона-Якоби. Стационарные состояния одномерной задачи в квазиклассике. Условия применимости квазиклассического приближения.
39. Квазиклассическое приближение. Связь квазиклассических решений при переходе через точку поворота. Условие квантования Бора-Зоммерфельда.
40. Момент количества движения и его свойства. Квадрат оператора углового момента.
41. Орбитальный угловой момент. Собственные функции и собственные числа операторов \hat{L}^2 и \hat{L}_z .
42. Эксперимент Штерна-Герлаха. Спин. Матрицы Паули и их свойства.
43. Сложение угловых моментов. Коэффициенты Клебша-Гордана.
44. Бесспиновая частица в центральном поле. Разделение переменных. Радиальное уравнение Шредингера.
45. Асимптотика радиальной функции на малых расстояниях. Поведение радиальной функции на больших расстояниях: случаи потенциала с кулоновской асимптотикой и более быстро убывающего потенциала.
46. Водородоподобный атом. Уровни энергии дискретного спектра. Вырождение уровней энергии. Общее представление о симметрии Фока.
47. Радиальные волновые функции связанных состояний водородоподобного атома.
48. Водородоподобный атом. Получение функций сплошного спектра путем замены $\alpha \equiv \sqrt{-2E} \rightarrow \pm ik$. Невырожденность спектра радиального уравнения: равенство двух решений (преобразование Куммера).
49. Свободная частица как частица в центральном поле. Разложение плоской волны по сферическим гармоникам. Сферические функции Бесселя и Неймана и их асимптотики.
50. Сферически симметричная прямоугольная яма. Модельный потенциал для дейтрона.
51. Вывод уравнения Дирака для свободной частицы.
52. Матрицы Дирака и их свойства.
53. Уравнение неразрывности для уравнения Дирака.
54. Орбитальный и спиновый моменты в теории Дирака. Оператор полного углового момента свободной частицы как интеграл движения для уравнения Дирака.
55. Стационарные состояния уравнения Дирака для свободной частицы. Интерпретация решений. Выбор базисных функций при $E > 0$ и $E < 0$.
56. Введение электромагнитного поля в уравнение Дирака. Оператор зарядового сопряжения. Симметрия частицы-античастицы.
57. Релятивистская частица в центральном поле.

58. Шаровые спиноры и их свойства.
59. Релятивистская волновая функция в центральном поле. Радиальное уравнение Дирака.
60. Асимптотики решений радиального уравнения Дирака в центральном поле на малых и больших расстояниях.
61. Дискретный спектр гамильтониана Дирака в кулоновском потенциале. Вырождение уровней, их классификация.
62. Нерелятивистский предел уравнения Дирака. Уравнение Паули. Магнитный момент электрона.
63. Уравнение Брейта-Паули. Релятивистские поправки: поправка Дарвина, поправка на зависимость массы от скорости, спин-орбитальное взаимодействие.
64. Уравнение Дирака для безмассовой частицы. Представление Вейля. Спиральность.
65. Успехи и трудности теории Дирака.
66. Стационарная теория возмущений для невырожденного уровня. Промежуточная нормировка. Система рекуррентных уравнений теории возмущений.
67. Стационарная теория возмущений для невырожденного уровня. Поправки 1-го и 2-го порядков к энергии и 1-го порядка к волновой функции.
68. Стационарная теория возмущений для вырожденных уровней. Модельное пространство. Правильные функции нулевого приближения. Секулярное уравнение.
69. Теорема Гельмана-Фейнмана. Вычисление матричного элемента оператора по теории возмущений (первый и второй порядки). Формулировка " $2n + 1$ "-теоремы и ее применение для поправки 3-го порядка к энергии.
70. Квазивырожденная теория возмущений. Пример с двухуровневой системой. Сведение квазивырожденной теории возмущений к вырожденной посредством модификации спектрального представления для гамильтониана H_0 .
71. Квадратичный эффект Штарка для невырожденного уровня.
72. Линейный эффект Штарка для вырожденного уровня.
73. Нормальный эффект Зеемана для бесспиновой частицы.
74. Эффект Пашена-Бака для частицы со спином.
75. Аномальный эффект Зеемана для частицы со спином.
76. Спин-орбитальное расщепление в атоме водорода по теории возмущений.
77. Нестационарная теория возмущений. Ряд теории возмущений. Первый порядок теории возмущений.
78. Нестационарная теория возмущений. Амплитуды и вероятности переходов. Вероятность остаться в исходном состоянии.
79. Мгновенное включение постоянного во времени возмущения.
80. Периодически зависящее от времени возмущение.
81. Соотношение неопределенностей энергия-время. Вывод по Мандельштаму и Тамму. Примеры.
82. Стационарная постановка задачи рассеяния. Амплитуда рассеяния. Дифференциальное сечение рассеяния. Метод функций Грина для решения неоднородного уравнения.
83. Функции Грина свободной частицы. Интегральное уравнение для задачи рассеяния и асимптотика его решений. Выражение для амплитуды рассеяния через волновую функцию.
84. Борновское приближение. Рассеяние на потенциале Юкавы. Формула Резерфорда.
85. Рассеяние на атоме в борновском приближении.
86. Разложение решений стационарного уравнения Шредингера со сферически симметричным потенциалом по парциальным волнам. Сдвиги фаз.
87. Метод парциальных волн в теории рассеяния. Выражение для амплитуды рассеяния через фазы рассеяния.

88. Метод парциальных волн в теории рассеяния. Сечение рассеяния. Оптическая теорема.
89. Оператор рассеяния \hat{S} и его свойства. Выражение для амплитуды рассеяния на сферически симметричном потенциале через матричные элементы S -матрицы и связь последних с фазами рассеяния.
90. Свойства S -матрицы. Положение ее полюсов и нулей.
91. Полюса S -матрицы, соответствующие связанным состояниям. Резонансы.
92. Распад квазистационарного состояния. Теорема Фока-Крылова.
93. Гамильтониан многочастичной системы. Различимые и тождественные частицы. Приближение парных взаимодействий. Сохранение полного импульса. Уравнение Шредингера для системы частиц.
94. Выделение движения центра инерции на примере системы двух частиц. Приведенная масса. Характерный вид спектра.
95. Разделение движения тяжелых и легких частиц в адиабатическом приближении.
96. Тождественные частицы. Оператор двухчастичной транспозиции и его свойства. Принцип Паули. Бозоны и фермионы.
97. Оператор произвольной перестановки частиц. Четность перестановки. Операторы симметризации и антисимметризации и их свойства. Полные волновые функции невзаимодействующих тождественных частиц.
98. Одноэлектронное приближение. Принцип Паули в виде принципа исключения. Полная энергия в одноэлектронном приближении. Остаточное взаимодействие.
99. Метод Хартри. Многочастичная волновая функция. Полная энергия системы. Процедура самосогласования.
100. Метод Хартри. Поправка на самодействие. Приближение центрального поля. Экранирующий потенциал и его асимптотики.
101. Метод Хартри-Фока. Многочастичная волновая функция. Полная энергия системы. Случай системы с замкнутыми оболочками.
102. Уравнения Хартри-Фока. Кулоновское и обменное взаимодействие. Процедура самосогласования.