

## Квантовая механика. Список вопросов.

Лектор: Андреев О.Ю.

Часть 1 (выносится на коллоквиум)

1. Операторы в Гильбертовом пространстве и соотношения между ними (равенство, сумма, произведение, коммутатор, антикоммутатор). Обратный оператор. Линейный, эрмитовский, антиэрмитовский, унитарный, положительно определенный, ограниченный операторы. Интегральный оператор. Конкретные виды операторов: умножения, дифференцирования, проектирования; их линейность и эрмитовость (антиэрмитовость).
2. Спектр линейного самосопряженного оператора. Регулярная точка и точка спектра. Собственные числа. Вырождение. Вещественность собственных чисел и ортогональность собственных векторов. Виды спектров.
3. Собственные функции линейного эрмитовского оператора и разложение по базису. Дискретный и сплошной спектр. Условие полноты и замкнутости. Функция от оператора. Две теоремы о коммутирующих операторах. Преобразования подобия.
4. Дельта-функция Дирака. Дельтаобразные последовательности. Нормировка функций сплошного спектра.
5. Спектр оператора проектирования. Спектр и собственные функции операторов координаты и импульса.
6. Физические величины и операторы. Классические и квантовые скобки Пуассона. Коммутатор операторов импульса и координаты. Оператор кинетической энергии.
7. Состояния квантовой системы и вектора в Гильбертовом пространстве. Второе положение квантовой механики. Обозначения Дирака. Чистое состояние. Состояние, в котором физическая величина имеет определённое значение. Измеримость физической величины. Одновременная измеримость двух физических величин. Вывод соотношения неопределённостей по Гейзенбергу.
8. Измерение физической величины и редукция волнового пакета. Развитие состояния системы во времени. Уравнение Шрёдингера. Квантовое уравнение Лиувилля.
9. Уравнение неразрывности для уравнения Шрёдингера. Стационарные состояния.
10. Волновая функция, случай дискретного и сплошного спектров. Теория представлений. Представление волновой функции и оператора. Переход от одного представления к другому. Унитарность.
11. Координатное и импульсное представления. Операторы координаты и импульса в импульсном представлении.
12. Чистые и смешанные состояния. Статистический оператор и его спектр. Матрица плотности. Матрица плотности подсистемы квантовой системы.
13. Оператор эволюции. Представления Шрёдингера и Гейзенберга.

14. Связь квантовой механики с классической механикой. Теоремы Эренфеста.
15. Квазиклассическое приближение (без вывода условий квантования Бора-Зоммерфельда).
16. Квазиклассическое приближение: вывод условий квантования Бора-Зоммерфельда.
17. Простейшие модели в квантовой механике: прямоугольная потенциальная яма. Состояния дискретного спектра. Уровни энергии и волновые функции. Сравнение движения классической и квантовой частиц. Плотность вероятности найти классическую частицу в определенной точке пространства.
18. Простейшие модели в квантовой механике: прямоугольная потенциальная яма. Состояния сплошного спектра. Физическая интерпретация. Коэффициенты отражения и прохождения. Сравнение движения квантовой и классической частиц. Резонансы.
19. Простейшие модели в квантовой механике: потенциальный барьер. Коэффициенты отражения и прохождения. Сравнение движения квантовой и классической частиц.
20. Простейшие модели в квантовой механике: Гармонический осциллятор. Операторы рождения и уничтожения, их коммутатор. Оператор числа частиц и его спектр. Энергетический спектр гармонического осциллятора.

## Часть 2 (после коллоквиума)

21. Момент количества движения. Коммутационные соотношения. Собственные числа операторов квадрата и z-проекции момента количества движения. Сложение моментов.
22. Орбитальный момент количества движения. Полярные диаграммы. Волновая функция частицы с  $l=0$  и  $l=1$ .
23. Нерелятивистская частица в центральном поле.
24. Нерелятивистская частица в кулоновском поле. Дискретный спектр.
25. Уравнение Дирака для свободной частицы. Матрицы Дирака и их свойства.
26. Уравнение неразрывности (теория Дирака).
27. Спин электрона. Собственные функции операторов квадрата спина и его z-проекции. Полный момент количества движения.
28. Зарядовое сопряжение уравнения Дирака. Позитроны.
29. Нерелятивистский предел уравнения Дирака. Уравнение Паули.
30. Стационарная теория возмущений. Невырожденный случай.
31. Стационарная теория возмущений. Случай близких уровней. Случай вырождения.
32. Нестационарная теория возмущений. Включение постоянного возмущения.

33. Нестационарная теория возмущений. Возмущение, периодически зависящее от времени. Вероятность перехода в единицу времени.
34. Эффект Зеемана. Эффект Зеемана для бесспиновой частицы.
35. Эффект Зеемана. Эффект Пашена-Бака.
36. Эффект Зеемана. Аномальный эффект Зеемана.
37. Эффект Штарка (линейный и квадратичный).
38. Квантовая теория рассеяния: постановка задачи. Дифференциальное эффективное сечение рассеяния. Асимптотика решения уравнение Шрёдингера для стационарного состояния. Амплитуда рассеяния, её связь с сечением рассеяния.
39. Функция Грина свободной частицы. Интегральное уравнение для волновой функции. Выражение амплитуды рассеяния через волновую функцию. Борновское приближение.
40. Борновское приближение (формулировка, без вывода). Амплитуда рассеяния в борновском приближении для сферически-симметричного потенциала.
41. Борновское приближение (формулировка, без вывода). Экранированный кулоновский потенциал. Формула Резерфорда.
42. Борновское приближение (формулировка). Рассеяние на атоме. Форм-фактор.
43. Метод парциальных волн в теории рассеяния. Фазовые сдвиги. Связь дифференциального сечения рассеяния с фазовыми сдвигами. Оптическая теорема.
44. Оператор рассеяния (S-матрица). Выражение амплитуды рассеяния через матричные элементы T-оператора. S-матрица, её связь с фазовыми сдвигами.
45. Свойства S-матрицы в комплексной плоскости.
46. Полюса S-матрицы, стационарные, квазистационарные состояния. Квазистационарные состояния и резонансы.
47. Закон распада квазистационарного состояния, теорема Фока-Крылова. Примеры распада суперпозиции состояний дискретного спектра и суперпозиции состояний непрерывного спектра. Период полураспада.
48. Рассеяние медленных частиц на сферически симметричной яме. Эффект Рамзауэра.
49. Система квантовых различимых частиц. Выделение движения центра инерции на примере системы двух частиц. Приведённая масса. Атом водорода, спектр энергии, волновая функция.
50. Система тождественных частиц. Неразличимость тождественных квантовых частиц. Симметрия волновой функции системы тождественных частиц: оператор транспозиции, его спектр, одинаковость симметрии для всех пар частиц, сохранение симметрии во времени. Принцип Паули.

51. Система тождественных невзаимодействующих частиц: операторы симметризации и антисимметризации, симметричные и антисимметричные функции. Детерминант Слетера. Принцип Паули в виде принципа исключения. Фермионы и бозоны.
52. Базис детерминантных функций.
53. Редуцированные матрицы плотности. Средние значения одно- и двухэлектронных операторов. Редуцированные матрицы плотности первого и второго порядка в однодетерминантном приближении.
54. Редуцированные матрицы плотности первого и второго порядка. Матрицы плотности в однодетерминантном случае.
55. Вариационный принцип. Метод Хартри-Фока, уравнение Хартри-Фока (без вывода).
56. Метод Хартри-Фока. Вывод уравнения Хартри-Фока.
57. Метод Хартри-Фока, уравнение Хартри-Фока (без вывода). Оператор Хартри-Фока, его эрмитовость. Физический смысл собственных значений одноэлектронного гамильтониана Хартри-Фока, теорема Купманса. Метод решения уравнения Хартри-Фока методом последовательных итераций.
58. Спин двухэлектронной системы. Синглетные и триплетные состояния.
59. Теория молекул: оператор Гамильтона и волновая функция. Адиабатическое приближение. Электронные, колебательные и вращательные спектры.
60. Двухатомная молекула: молекула водорода.