

34

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ЖУРНАЛ
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ
И
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ
ФИЗИКИ

Том 49

(Отдельный оттиск)

7

МОСКВА · 1965

ЧАСТИЦА С МАЛОЙ ЭНЕРГИЕЙ СВЯЗИ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Ю. Н. Демков, Г. Ф. Друкарев

Точно решена задача об определении связанного состояния заряженной частицы, находящейся в поле сил с лучевым радиусом действия и в однородном магнитном поле. Показано, что если без магнитного поля в потенциальной яме отсутствовало связанное состояние, то включение поля всегда приводит к появлению таких состояний. Обсуждается возможность обнаружения этого эффекта в полупроводниках.

1. Введение

В предыдущей статье [1] была рассмотрена частица, находящаяся в потенциальной яме малого радиуса (отрицательный ион), помещенная в сильное электрическое поле. Здесь мы рассмотрим ту же систему, но помещенную в однородное магнитное поле.

Сначала рассмотрим качественно случай мелкой потенциальной ямы — когда при выключенном поле отсутствует связанное состояние. Если включить магнитное поле, то движение частицы поперек поля будет затруднено и, вследствие этого, задача становится похожей на одномерную. Известно, что для одномерной задачи связанное состояние имеется в любой яме. Отсюда можно предположить (и мы это далее покажем), что для любой сколь угодно мелкой трехмерной ямы при включении сколь угодно слабого поля всегда появляется связанное состояние. Энергия связи оказывается в первом приближении пропорциональной квадрату поля, так что это явление напоминает диамагнетизм, но действует в противоположном направлении, и поэтому его можно назвать антидиамагнетизмом.

Магнитное поле оказывает, таким образом, стабилизирующее действие на частицу. Реальные магнитные поля слишком слабы, чтобы наблюдать этот эффект для свободных атомов и электронов. Однако в полупроводниках при гелиевых температурах и при малом значении эффективной массы электрона или дырки энергия связи, как мы увидим, может быть сравнима с kT , так что образующиеся связанные состояния можно наблюдать на опыте.

Наряду с антидиамагнитным сдвигом энергии вниз, пропорциональным квадрату поля, имеется еще линейный по полю сдвиг вверх границы сплошного спектра, который равен $\Delta E = \hbar\omega_L$ ($\omega_L = eh/2mc$ — ларморовская частота). Это связано с тем, что, в отличие от классической частицы, квантовая частица без спина с достаточно малой энергией не может проникнуть в область сильного магнитного поля, двигаясь вдоль силовой линии; величина ΔE является как бы потенциальным барьером, связанным с наличием неопределенности координаты и импульса поперек поля, и равна нулевой энергии двумерного осциллятора с частотой ω_L . Член ΔE увеличивает полную энергию системы и аналогичен парамагнитному сдвигу, но также действует в противоположную сторону (антипарамагнетизм) и приводит к тому, что система будет выталкиваться из области с сильным магнитным полем. Однако если частица обладает спином и он ориентирован по полю, то, например, для электрона, благодаря аномальному гиромаг-

нитному отношению, антипарамагнитный и парамагнитный члены полностью компенсируются и остается только квадратичный антидиамагнитный член, который будет приводить к втягиванию системы в поле.

Если потенциальная яма достаточно глубока, так что связанное состояние существует и при отсутствии магнитного поля, то имеется обычный диамагнитный эффект, который увеличивает полную энергию на величину, пропорциональную квадрату поля, и приводит к выталкиванию системы из поля. Линейный сдвиг границы сплошного спектра также имеет место, но он не влияет на полную энергию, а приводит лишь к тому, что, несмотря на диамагнитный сдвиг энергии вверх, энергия связи частицы возрастает вместе с полем, так что магнитное поле оказывает стабилизирующее действие на частицу в обоих рассматриваемых случаях.

2. Волновая функция

Рассмотрим заряженную частицу с массой m и зарядом e , находящуюся в поле потенциальной ямы малого радиуса и в однородном магнитном поле \mathcal{H} , причем проекцию момента количества движения на направление поля положим равной нулю. Спин частицы учитывать не будем.

Считая, что основная часть волновой функции находится вне потенциальной ямы, воспользуемся известным приближением (см., например, [1]), в котором реальная потенциальная яма заменяется ямой нулевого радиуса, имеющей ту же самую длину рассеяния a . В этом случае волновая функция ψ при малых r может быть представлена в виде

$$\psi = (4\pi)^{-1}(r^{-1} - a^{-1}) + O(r) \quad (1)$$

и имеет особенность типа r^{-1} при $r \rightarrow 0$. Нормировочный множитель $(4\pi)^{-1}$ упрощает дальнейшие формулы. Если $a > 0$, то при отсутствии магнитного поля имеется связанное состояние с энергией $E = -h^2/2ma^2$ и волновой функцией $\psi = (4\pi r)^{-1}e^{-r/a}$. Если же $a < 0$, то без поля связанного состояния не существует.

Введем обозначения

$$\varepsilon = 2mE/h^2, \quad \lambda = e\mathcal{H}/2hc.$$

Тогда, с учетом особенности при $r \rightarrow 0$, получаем в полярных координатах ρ, z уравнение для волновой функции:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \rho} + (\varepsilon - \lambda^2 \rho^2) \psi = -\delta(\mathbf{r}). \quad (2)$$

Таким образом, ψ является функцией Грина для частицы в однородном магнитном поле. Соотношение (1) позволяет выразить энергию связанного состояния через параметры задачи a и λ .

Зависящая от времени функция Грина для частицы в однородном магнитном поле рассматривалась рядом авторов [2, 3]; искомая функция ψ может быть получена из нее простым интегрированием. Мы построим функцию ψ прямым путем, используя формулу

$$\psi(\rho, z) = \sum_n \varphi_n(\rho) \varphi_n(0) g_n(z). \quad (3)$$

Здесь φ_n — регулярное нормированное решение уравнения

$$\frac{d^2 \varphi_n}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{d\varphi_n}{d\rho} + (\beta_n - \lambda^2 \rho^2) \varphi_n = 0, \quad (4)$$

т. е. собственные функции двумерного изотропного осциллятора, обладающие круговой симметрией:

$$\varphi_n = (\lambda/\pi)^{1/2} e^{-\lambda\rho^2/2} L_n(\lambda\rho^2), \quad (5)$$

где L_n — полиномы Лагерра. Собственные значения β_n равны

$$\beta_n = 4\lambda(n + 1/2). \quad (6)$$

Функции g_n — одномерные функции Грина, удовлетворяющие уравнениям

$$\frac{d^2 g_n}{dz^2} - \alpha_n^2 g_n = -\delta(z), \quad \alpha_n^2 = \beta_n - \varepsilon, \quad (7)$$

и убывающие при $|z| \rightarrow \infty$ (поскольку мы рассматриваем только связанные состояния).

Функции g_n имеют вид

$$g_n = \frac{1}{2\alpha_n} e^{-\alpha_n|z|}, \quad (8)$$

и, следовательно, искомая волновая функция может быть представлена в виде суммы:

$$\psi(\rho, z) = \frac{\lambda}{2\pi} \sum_n e^{-\lambda\rho^2/2} L_n(\lambda\rho^2) \frac{1}{\alpha_n} e^{-\alpha_n|z|}. \quad (9)$$

Для дальнейшего нам достаточно рассмотреть поведение ψ при $\rho = 0$ на оси z . Имеем

$$\psi = \frac{\lambda}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\alpha_n|z|}/\alpha_n; \quad (10)$$

$$\alpha_n = (\lambda(4n + \xi))^{1/2}, \quad \xi = 2 - \varepsilon/\lambda. \quad (11)$$

В этом случае ряд можно просуммировать, используя формулу

$$\int_0^{\infty} \exp\left(-bt^2 - \frac{c}{t^2}\right) dt = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{b}} \exp(-2\sqrt{bc}) \quad (12)$$

и полагая в ней $c = \lambda z^2$, $b = n + \xi/4$. Тогда, меняя порядок суммирования и интегрирования и суммируя геометрическую прогрессию, образующуюся под интегралом, получаем

$$\psi(0, z) = \frac{\lambda^{1/2}}{2\pi^{3/2}} \int_0^{\infty} \frac{\exp(-\xi t^2/4 - \lambda z^2/t^2)}{1 - e^{-t^2}} dt. \quad (13)$$

При $z \rightarrow 0$ интеграл расходится на нижнем пределе. Выделяя расходящуюся часть, имеем

$$\begin{aligned} \psi(0, z) = & \frac{1}{4\pi|z|} \exp(-\sqrt{\lambda\xi}|z|) + \frac{\lambda^{1/2}}{2\pi^{3/2}} \int_0^{\infty} \left(\frac{1}{2} \operatorname{cth} \frac{t^2}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{t^2} \right) \times \\ & \times \exp\left(-\frac{\xi t^2}{4} - \frac{\lambda z^2}{t^2}\right) dt. \end{aligned} \quad (14)$$

При больших z предэкспоненциальный множитель под интегралом можно

заменить единицей и, следовательно

$$\psi(0, z) \sim \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{\lambda}{\xi}} \exp(-\sqrt{\lambda\xi}|z|) [1 + O(|z|^{-1})], \quad (15)$$

т. е. на бесконечности поведение ψ определяется первым членом суммы (10) и является таким же, как для одномерной задачи. Отсюда же следует, что граница сплошного спектра достигается при $\xi = 0$, что совпадает с условием $E = h\omega_L$.

3. Энергия связанного состояния

Воспользуемся теперь условием (1) и перейдем к пределу $r \rightarrow 0$ вдоль оси z . Тогда, после вычитания расходящегося члена $(4\pi|z|)^{-1}$, оставшаяся часть функции ψ должна быть равна $-(4\pi a)^{-1}$. Получаем уравнение для определения энергии:

$$\frac{1}{a\sqrt{\lambda}} = \sqrt{\xi} - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \left(\frac{1}{2} \operatorname{cth} \frac{t^2}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{t^2} \right) \exp\left(-\frac{\xi t^2}{4}\right) dt. \quad (16)$$

Правая часть может быть выражена через обобщенную ζ -функцию Римана (см. Приложение):

$$1/a\sqrt{\lambda} = -\zeta(1/2, \xi/4) = F(\xi) \quad (17)$$

и может быть представлена с большой точностью приближенным выражением ¹⁾

$$F(\xi) \approx (\xi + 4)^{1/2} - 2\xi^{-1/2} - (\xi + 4)^{-1/2} - 1/3(\xi + 4)^{-3/2}. \quad (18)$$

Наконец, при $\xi \ll 1$ и $\xi \gg 1$ получаем

$$1/a\sqrt{\lambda} = -2\xi^{-1/2} - \zeta(1/2) + O(\xi), \quad \xi \ll 1; \quad (19)$$

$$1/a\sqrt{\lambda} = \xi^{1/2} - \xi^{-1/2} - 1/3\xi^{-3/2} + O(\xi^{-5/2}), \quad \xi \gg 1, \quad (20)$$

где $\zeta(s)$ — обычная ζ -функция Римана.

Как видно из полученных выражений, случай $\xi \gg 1$ осуществляется при $a > 0$, когда в яме имеется связанное состояние и без магнитного поля. Случай $\xi \ll 1$ осуществляется при $a < 0$, когда без магнитного поля в яме нет связанных состояний. Как в том, так и в другом случае правая часть уравнения является большим числом, и, следовательно, $a\sqrt{\lambda} \ll 1$, т. е. радиус первой ларморовской орбиты много больше размеров электронного облака при отсутствии поля. Мы будем называть такое поле слабым, если же удовлетворяется противоположный критерий $a\sqrt{\lambda} \gg 1$ — сильным. Рассмотрим теперь различные предельные случаи.

1. $a > 0$, слабое поле. Используя уравнение (20), получаем

$$\varepsilon a^2 = -1 + 1/3\lambda^2 a^4 + O(\lambda^4 a^8), \quad (21)$$

¹⁾ Если заменить сумму (10) интегралом, выделив первый член, то легко получить более грубое приближенное выражение для

$$F(\xi) \approx (2 + \xi)^{1/2} - 2\xi^{-1/2},$$

которое дает неплохие результаты в случаях 2 и 3 (численные константы в формулах (28), (29) меняются лишь на несколько процентов). Мы благодарим О. Б. Фирсова, указавшего на это. Однако в случае 1 эта формула неприменима (не дает вообще диамагнитного сдвига).

или, переходя к обычным единицам,

$$E = E_0 + \frac{e^2 \mathcal{H}^2 a^2}{24 m c^2}. \quad (22)$$

Учитывая соотношение

$$\langle r^2 \rangle = 1/2 a^2, \quad (23)$$

которое вытекает из выражения для волновой функции при отсутствии магнитного поля

$$\psi = (4\pi r)^{-1} e^{-r/a}, \quad (24)$$

получаем

$$E - E_0 = \frac{e^2 \mathcal{H}^2}{12 m c^2} \langle r^2 \rangle \quad (25)$$

— известный результат для диамагнитного сдвига энергии.

Рассуждения, подобные тем, которые приведены в [1] для электрического поля, позволяют сделать вывод, что при заданной энергии связи E_0 и отсутствии потенциальных барьеров диамагнитная восприимчивость

$$\kappa = \frac{e^2 E_0}{6 c^2} = \left(\frac{\partial^2 E}{\partial \mathcal{H}^2} \right)_{\mathcal{H}=0} \quad (26)$$

для нашего случая будет минимальной по сравнению со всеми другими потенциальными ямами с ненулевым радиусом действия сил. Например, для дальнедействующего кулоновского поля $\langle r^2 \rangle$, а, следовательно, и диамагнитная восприимчивость в шесть раз больше. Интересно, что поляризуемость в электрическом поле меняется в этом же случае в восемнадцать раз [1], так что диамагнитная восприимчивость менее чувствительна к форме потенциальной ямы, чем электрическая поляризуемость.

2. $a < 0$, слабое поле. Используя (19), получаем

$$2\lambda - \varepsilon = \frac{4\lambda^2 a^2}{[1 + a\lambda^{1/2} \zeta(1/2)]^2} + O(\lambda^{7/2} a^7). \quad (27)$$

Согласно сказанному выше, значение $\varepsilon = 2\lambda$ является границей сплошного спектра, так что разность $2\lambda - \varepsilon$ дает нам энергию связи E_0 . В обычных единицах эта величина равна

$$E_0 = \frac{e^2 \mathcal{H}^2 a^2}{2 m c^2} \left[1 + 1,46 |a| \left(\frac{e \mathcal{H}}{2 h c} \right)^{1/2} \right]^{-2}. \quad (28)$$

Сдвиг энергии вниз от границы сплошного спектра можно, как мы уже отметили во введении, назвать антидиамагнитным. Первый, квадратичный по полю член в формуле (28), совпадает с результатом, полученным в работе Бычкова [4] при рассмотрении рассеяния электронов силовым центром в магнитном поле. Однако второй член существен — даже при $\lambda a^2 = 0,01$ поправка составляет 30%.

3. $|a| = \infty$, любое поле. Это — предельный случай, когда при равном нулю поле энергия связанного состояния отсутствует, но появляется при сколь угодно малом увеличении глубины ямы. В этом случае левая часть уравнения (17) равна нулю и нужно найти значение ξ_0 , обращающее в нуль правую часть. Используя приближенную формулу (18), нетрудно найти $\xi_0 = 1,21$. Таким образом, в этом предельном случае энергия связи E_0 возрастает линейно с полем:

$$2\lambda - \varepsilon = \xi_0 \lambda; \quad E_0 = 0,30 e \hbar \mathcal{H} / m c. \quad (29)$$

4. a — любое, сильное поле. В этом случае нужно разложить функцию $F(\xi)$ в ряд в окрестности точки ξ_0 :

$$F(\xi) = F'(\xi_0) (\xi - \xi_0) + 1/2 F''(\xi_0) (\xi - \xi_0)^2 + \dots \quad (30)$$

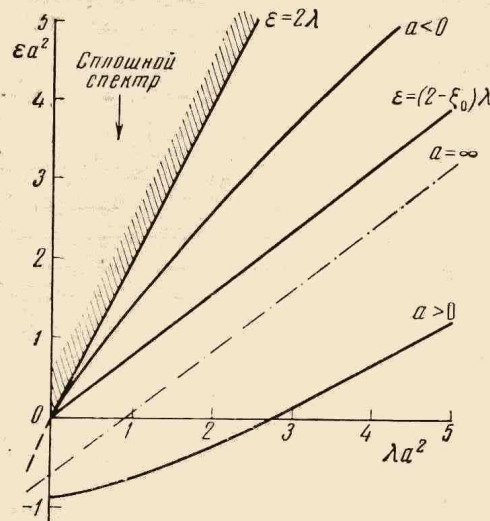
Используя приближенную формулу (18), легко найти

$$F'(\xi_0) = 1,02, \quad F''(\xi_0) = -0,95.$$

Тогда для полной энергии связанного состояния в магнитном поле получаем формулу

$$\begin{aligned} \epsilon a^2 &= (2 - \xi_0) \lambda a^2 - \frac{a \sqrt{\lambda}}{F'(\xi_0)} + \frac{F''(\xi_0)}{2[F'(\xi_0)]^3} + O\left(\frac{1}{a\sqrt{\lambda}}\right) = \\ &= 0,79\lambda a^2 - 0,98a \sqrt{\lambda} - 0,45 + O[(\lambda a^2)^{-1/2}]. \end{aligned} \quad (31)$$

На рисунке показана зависимость энергии ϵa^2 от поля λa^2 в безразмерных единицах для разных случаев. Кроме того, проведена граница сплошного спектра и прямая $\epsilon = (2 - \xi_0)\lambda$, соответствующая случаю $|a| \rightarrow \infty$, определяющая наклон обеих кривых при $\lambda \rightarrow \infty$. Кривые для $a > 0$ и $a < 0$ являются двумя ветвями кривой, напоминающей параболу, продолжение кривой $a < 0$ в нефизическую область отрицательных λa^2 изображено на рисунке пунктиром. В пределах точности вычислений обе ветви симметричны относительно оси, изображенной на рисунке штрих-пунктиром.



4. Обсуждение

Рассмотренное здесь приближение применимо при соблюдении следующих двух условий.

А. Размеры электронного облака должны быть существенно больше радиуса r_0 потенциальной ямы. Отсюда следует, что если $a > 0$, то для связанного состояния при отсутствии поля должно выполняться

неравенство $a \gg r_0$. Это условие не содержит напряженности магнитного поля \mathcal{H} и является общим для всех задач, в которых используется приближение нулевого радиуса действия. Если $a < 0$, то не обязательно требовать, чтобы выполнялось равенство $|a| \gg r_0$. Волновая функция связанного состояния будет в этом случае очень медленно убывать при не очень сильных полях. Если $E_0(\mathcal{H})$ — энергия связи, то наше условие можно записать в виде

$$(2mE_0(\mathcal{H}))^{1/2} r_0 / h \ll 1,$$

или же, подставляя вместо $E_0(\mathcal{H})$ первый член формулы (28), получаем

$$e\mathcal{H}ar_0 / hc \ll 1.$$

Это условие практически всегда выполняется: например, если $a = 10^{-7}$ см, $r_0 = 10^{-8}$ см, получаем $\mathcal{H} \ll 10^8$ э. Связанное состояние вблизи границы сплошного спектра будет появляться в магнитном поле всегда, если длина рассеяния a отрицательна, даже если яма глубокая и в ней имеются другие связанные состояния с большой энергией связи.

Б. Радиус первой ларморовской орбиты должен быть много больше размеров ямы r_0 , т. е.

$$r_0 \sqrt{\lambda} \ll 1. \quad (e\mathcal{H} / 2hc)^{1/2} r_0 \ll 1.$$

Это условие заведомо выполняется для реальных полей и не слишком больших r_0 . Полагая даже $r_0 = 10^{-7}$ см, получаем $\mathcal{H} \ll 10^7$ э.

Оценим энергию связанного состояния в полупроводнике при благоприятных условиях. Полагая $m_{\text{эфф}} = 0,01m_{\text{эл}}$, $a = 10^{-7}$ см, $\mathcal{H} = 10^5$ э, получаем $E = 10^{-3}$ эв. Таким образом, при температуре несколько градусов Кельвина эти уровни могут оказывать влияние на концентрацию электронов или дырок в зоне проводимости в полупроводнике, приводя, например, к уменьшению электропроводности вдоль магнитного поля.

Если имеется анизотропный одноосный кристалл, а магнитное поле направлено вдоль оси, так что имеются две эффективные массы m_{\parallel} и m_{\perp} , то все выкладки в разделах 2 и 3 остаются в силе, меняются только некоторые множители; в окончательных выражениях для энергии нужно заменить m на m_{\perp} и умножить все выражение на $(m_{\parallel}/m_{\perp})^{1/2}$.

В заключение благодарим А. Г. Жилича и А. В. Тулуба за полезное обсуждение вопросов, рассмотренных в работе.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Обобщенная ζ -функция Римана [5] может быть представлена в виде интеграла:

$$\zeta(s, q) = \frac{1}{\Gamma(s)} \int_0^{\infty} \frac{x^{s-1} e^{-qx}}{1 - e^{-x}} dx = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+q)^s}; \quad \text{Re } s > 1; \quad \text{Re } q > 0. \quad (1)$$

Для того, чтобы распространить это определение на нужную нам область $0 < \text{Re } s < 1$, выделим расходящуюся на нижнем пределе часть множителя $(1 - e^{-x})^{-1}$. Получаем

$$\zeta(s, q) = -\frac{q^{1-s}}{1-s} + \frac{1}{\Gamma(s)} \int_0^{\infty} \left(\frac{1}{1 - e^{-x}} - \frac{1}{x} \right) x^{s-1} e^{-qx} dx. \quad (2)$$

Тем самым мы выделили полюс ζ -функции при $s = 1$, и формула пригодна во всей правой полуплоскости переменной s . Полагая $x = t^2$, $s = 1/2$, $q = \xi/4$, получаем как раз интеграл в формуле (16) и приходим к формуле (17).

Разлагая выражение в скобках под интегралом в ряд и вычисляя интегралы почленно, получаем асимптотическое разложение при больших q :

$$\begin{aligned} \zeta(s, q) &= \frac{1}{2q^s} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma(2n + s - 1)}{\Gamma(2n + 1)\Gamma(s)} B_{2n} q^{1-s-2n} = \\ &= -\frac{q^{1-s}}{1-s} + \frac{1}{2q^s} + \frac{s}{12q^{s+1}} - \frac{s(s+1)(s+2)}{720q^{s+3}} + O\left(\frac{1}{q^{s+5}}\right), \end{aligned} \quad (3)$$

где B_{2n} — числа Бернулли. Если подставить первые три члена ряда в формулу (17), получаем формулу (20). Погрешность определяется четвертым членом, который при $s = 1/2$, $q = 1$ ($\xi = 4$) равен 0,0026.

Используем, далее, рекуррентное соотношение

$$\zeta(s, q) = 1/q^s + \zeta(s, q+1), \quad (4)$$

которое следует из определения (1). Подставляя в правую часть первые три члена асимптотического разложения, получаем приближенное выражение для ζ -функции в интервале $0 < q < \infty$, которое приводит к формуле (18).

Наконец, разлагая правую часть соотношения (4) в ряд при малых q и используя формулу $\zeta(s, 1) = \zeta(s)$, получаем

$$\zeta(s, q) = \frac{1}{q^s} + \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\Gamma(s+n)\zeta(s+n)}{\Gamma(s)\Gamma(n+1)} q^n. \quad (5)$$

В формулах (19), (27), (28) использованы лишь два первых члена этого разложения.

Полезно также другое асимптотическое разложение по обратным степеням $q - 1/2$, которое можно получить, используя формулу

$$\zeta(s, q) = \frac{1}{2\Gamma(s)} \int_0^{\infty} e^{-(q-1/2)x} x^{s-1} \operatorname{cosech} \frac{x}{2} dx, \quad \operatorname{Re} s > 1. \quad (6)$$

Разлагая косеканс в ряд и вычисляя интегралы, получаем разложение

$$\zeta(s, q) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(s+2k-1)}{\Gamma(s)} (2^{1-2k} - 1) B_{2k} \left(q - \frac{1}{2} \right)^{1-2k-s}, \quad (7)$$

которое, как легко показать, справедливо также в области $0 < \operatorname{Re} s < 1$. Таким образом, функция $(q - 1/2)^{s-1} \zeta(s, q)$ разлагается в асимптотический ряд только по четным степеням величины $(q - 1/2)^{-1}$. В нашем случае $q - 1/2 = -\varepsilon/4\lambda$, и, используя разложение (7) и уравнение (17), получаем, что при $a > 0$ и при малых λ функция $\varepsilon(\lambda)$ разлагается в ряд только по четным степеням λ — факт, который непосредственно из уравнения (17) не виден. Следует, однако, отметить, что этот ряд является асимптотическим и расходится при сколь угодно малых λ , что связано с неограниченностью оператора возмущения.

Ленинградский государственный
университет

Поступила в редакцию
27 января 1965 г.

Литература

- [1] Ю. Н. Демков, Г. Ф. Друкарев. ЖЭТФ, 47, 919, 1964.
- [2] A. W. Sáenz, R. C. O'Rourke. Rev. Mod. Phys., 27, 4, 1955.
- [3] А. В. Тулуб. Вестник ЛГУ, 4, 23, 1955.
- [4] Ю. А. Бычков. ЖЭТФ, 39, 689, 1960.
- [5] Е. Т. Уиттекер, Г. Н. Ватсон. Курс современного анализа, 2, Физматгиз, 1963, гл. 13.

PARTICLE WITH LOW BINDING ENERGY IN A MAGNETIC FIELD

Yu. N. Demkov, G. F. Drukarev

An exact solution is given for the problem of determining the bound state of a charged particle in a zero range force field and in an homogeneous magnetic field. It is shown that if no bound state exists in a potential well in the absence of a magnetic field then turning on the field should result in the appearance of such states. The possibility of detecting the effect in semiconductors is discussed.