

## Теоретическая механика. Экзамен — 2017

### Часть 1

1. Основные свойства пространства и времени. Системы отсчета. Первый закон Ньютона. Принцип относительности Галилея. Преобразование Галилея.
2. Кинематика материальной точки. Траектория. Скорость, ускорение и их проекции на оси естественного трехгранника.
3. Второй закон Ньютона. Импульс. Понятие силы. Масса инертная и гравитационная. Момент импульса. Секторная скорость. Момент силы. Теоремы сохранения импульса и момента импульса.
4. Прямая и обратная задача механики. Интегрирование уравнений движения. Первые и вторые интегралы движения. Условия независимости интегралов движения. Примеры: случаи, когда сила равна нулю и когда момент силы равен нулю.
5. Работа силы. Кинетическая энергия. Консервативные силы и потенциальная энергия. Закон сохранения энергии. Консервативность центральной силы.
6. Движение материальной точки в центральном поле. Первые интегралы движения. Плоскость орбиты. Полярные координаты. Вторые интегралы. Уравнение траектории.
7. Возможные траектории движения материальной точки в центральном поле. Финитное и инфинитное движение. Падение на центр. Условие замкнутости траектории.
8. Задача Кеплера. Сведение задачи двух тел к движению материальной точки в центральном поле. Закон всемирного тяготения Ньютона.
9. Общее исследование возможных траекторий в случае ньютоновского потенциала. Уравнения траекторий в канонической форме. Эксцентриситет. Типы орбит.
10. Законы Кеплера.
11. Рассеяние частиц неподвижным силовым центром. Прицельное расстояние (параметр удара). Угол рассеяния. Дифференциальное сечение рассеяния.
12. Рассеяние заряженных частиц электрическим полем неподвижного заряда. Формула Резерфорда.
13. Упругие столкновения частиц. Углы рассеяния в лабораторной системе и их выражение через углы рассеяния в системе центра инерции.
14. Динамика системы материальных точек. Третий закон Ньютона. Силы внешние и внутренние. Движение центра инерции. Импульс и момент импульса системы, законы их сохранения.
15. Энергия системы материальных точек. Закон сохранения энергии.
16. Теорема вириала.
17. Движение при наложенных связях. Классификация связей. Примеры голономных и неголономных связей. Идеальные связи. Уравнения Лагранжа 1-го рода.
18. Принцип виртуальных работ. Обобщенные координаты. Принцип Даламбера. Уравнения Лагранжа 2-го рода. Функция Лагранжа.
20. Обобщенный импульс. Циклические координаты. Формулировка законов сохранения с помощью функции Лагранжа.
21. Связь законов сохранения импульса, момента количества движения и энергии с однородностью, изотропностью пространства и однородностью времени.
22. Силы трения, пропорциональные скорости, их учет в лагранжевой формулировке механики. Диссипативная функция Рэля.
23. Понятие малых колебаний. Устойчивое равновесие. Кинетическая и потенциальная энергия системы материальных точек, совершающих малые колебания. Уравнения движения.
24. Малые колебания системы материальных точек. Комплексные амплитуды. Собственные частоты, их вещественность.
25. Малые колебания системы материальных точек. Общий вид решения. Матрица

- комплексных амплитуд и ее свойства.
26. Малые колебания системы материальных точек. Нормальные координаты.
  27. Малые колебания системы материальных точек. Случай кратных корней характеристического уравнения.
  28. Вынужденные колебания. Явление резонанса.
  29. Малые колебания при наличии сил трения. Комплексная частота, Коэффициент затухания.
  30. Вынужденные колебания при наличии затухания.
  31. Понятие абсолютно твердого тела. Обобщенные координаты для твердого тела: направляющие косинусы, углы Эйлера. Выражение матрицы поворота через углы Эйлера.
  32. Кинематическая теорема Эйлера о произвольном перемещении твердого тела с одной неподвижной точкой. Теорема Шаля.
  33. Угловая скорость, ее свойства. Мгновенная ось вращения.
  34. Движение в неинерциальной системе отсчета. Ускорение во вращающейся системе. Силы инерции: центробежная сила, сила Кориолиса.
  35. Кинетическая энергия вращающегося твердого тела. Тензор инерции. Момент инерции относительно данной оси. Теорема Штейнера.
  36. Момент количества движения твердого тела. Главные оси инерции и главные моменты инерции. Симметричный волчок, шаровой волчок, ротатор. Эллипсоид инерции.
  37. Динамические уравнения Эйлера. Решение уравнений Эйлера для свободного симметричного волчка. Регулярная прецессия.
  38. Стационарность и устойчивость вращения волчка с произвольными моментами инерции.
  39. Геометрическая интерпретация Пуансо для свободного движения волчка с произвольными моментами инерции.

## Часть 2

40. Конфигурационное пространство. Действие. Виртуальные траектории. Основы вариационного исчисления. Понятия функционала, вариации функции, вариации функционала, экстремали. Уравнения Эйлера для отыскания экстремалей. Вывод уравнений Лагранжа 2-го рода из принципа наименьшего действия Гамильтона.
41. Переход к методу Гамильтона посредством преобразования Лежандра. Функция Гамильтона. Канонические уравнения Гамильтона
42. Вывод канонических уравнений Гамильтона из вариационного принципа.
43. Связь функции Гамильтона с полной энергией системы
44. Циклические координаты в методе Гамильтона. Метод Рауса.
45. Укороченное действие. Принцип Мопертюи. Принцип Мопертюи для материальной точки, на которую не действуют внешние силы.
46. Принцип Мопертюи в форме Якоби-Герца. Фундаментальный метрический тензор. Геодезические линии.
47. Определение канонических преобразований. Производящие функции различных типов, связь между ними.
48. Примеры канонических преобразований: тождественное преобразование, точечные преобразования, ортогональные преобразования.
49. Использование канонических преобразований в случае, когда все координаты циклические. Решение задачи о гармоническом осцилляторе методом канонических преобразований.
50. Инварианты канонических преобразований. Скобки Пуассона и скобки Лагранжа. Фазовое пространство. Доказательство инвариантности скобок Лагранжа.
51. Фундаментальные скобки Пуассона. Доказательство инвариантности скобок Пуассона

- относительно канонических преобразований.
52. Свойства скобок Пуассона. Тождество Якоби, его доказательство.
  53. Скобки Пуассона и интегралы движения.
  54. Бесконечно малые канонические преобразования. Движение системы как бесконечно малое каноническое преобразование.
  55. Бесконечно малые канонические преобразования и законы сохранения.
  56. Интегральные инварианты Пуанкаре.
  57. Теорема Лиувилля об инвариантности фазового объема.
  58. Уравнение Гамильтона-Якоби. Главная функция Гамильтона.
  59. Решение уравнения Гамильтона-Якоби для гармонического осциллятора.
  60. Уравнение Гамильтона-Якоби для случая гамильтониана не зависящего явно от времени. Характеристическая функция Гамильтона.
  61. Разделение переменных в уравнении Гамильтона-Якоби. Пример: движение в поле центральной силы.
  62. Периодические движения типа колебания и вращения. Фазовые траектории. Цикл периодического движения. Примеры: гармонический осциллятор, плоский маятник.
  63. Переменные действие - угол. Многопериодические движения.
  64. Адиабатическая инвариантность переменных действия.

## **Литература**

### **Основная**

1. И. И. Ольховский, Курс теоретической механики для физиков, изд-во МГУ, 1978.
2. Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц, Механика, «Наука», 1988.
3. Г. Голдстейн, Классическая механика, Физматгиз, 1975.

### **Дополнительная**

4. В. Г. Невзглядов, Теоретическая механика, Физматгиз, 1959.
5. В. И. Арнольд, Математические методы классической механики, «Наука», 1989.

Из рабочей программы учебной дисциплины «Теоретическая механика (траектория 1 — общий курс)»:

- 1) Экзамен проводится в устной форме. Билет экзамена содержит два вопроса; первый вопрос — по материалам первой части курса, второй вопрос — по материалам второй части курса. На подготовку отводится не более 1 часа. Студенты, успешно сдавшие коллоквиум, отвечают только на второй вопрос билета. Оценка «отлично» ставится за полностью раскрытый материал билета и правильные ответы на дополнительные вопросы по всей программе курса. Оценка «хорошо» ставится за полностью раскрытый материал билета при неточных ответах на дополнительные вопросы по всей программе курса. Оценка «удовлетворительно» ставится за не полностью раскрытый материал билета при отсутствии правильных ответов на часть дополнительных вопросов. Оценка «неудовлетворительно» ставится, если ответ студента не удовлетворяет перечисленным выше критериям оценок «отлично», «хорошо» и «удовлетворительно». Допускается передача неудовлетворительной оценки коллоквиума во время экзамена. Общая оценка за экзамен по теоретической механике выставляется на основе результатов коллоквиума и ответа на экзамене.
- 2) Во время коллоквиума и экзамена студенты имеют право пользоваться своими конспектами при соблюдении следующих правил: а) Конспекты во время проведения экзамена или коллоквиума лежат на отдельном столе в той аудитории, где проводится аттестация. б) Студент может подойти и посмотреть свой конспект в течение короткого времени (не более 5 минут). в) Запись материала конспекта на отдельные листы, а также перенос его со стола в аудиторию не допускаются.