

**Кафедра квантовой механики.**  
**Бакалавриат: 4 курс 7 семестр.**  
**Программа лекций по общему курсу**  
**"Теория групп в квантовой механике" (48 ч).**  
**(лектор: Л.В. Скрипников)**

**Глава 1.** Введение, абстрактные группы.

Свойства симметрии физических систем. Определение группы. Группы симметрии физических систем. Инвариантность уравнений движения. Абстрактные группы. Сдвиг по группе. Подгруппа. Порядок элемента. Сопряжённые совокупности, элементы и классы. Инвариантная подгруппа. Фактор-группа. Изоморфизм и гомоморфизм групп.

**Глава 2.** Представления конечных групп.

Определение представления группы. Представление группы симметрии уравнения Шредингера. Существование эквивалентного унитарного представления. Приводимые и неприводимые представления. Первая лемма Шура. Вторая лемма Шура. Ортогональность матричных элементов неприводимых представлений. Регулярное представление. Характеры представлений. Число неприводимых представлений.

**Глава 3.** Прямое произведение групп.

Прямое произведение матриц. Композиция представлений группы. Прямое произведение групп и его приводимое представление.

**Глава 4.** Теорема Вигнера.

Симметрия квантомеханической системы относительно группы преобразований. Симметрия системы частиц, совершающих малые колебания. Теорема Вигнера.

**Глава 5.** Точечные группы.

Элементы точечных групп. Классификация точечных групп. Неприводимые представления точечных групп. Таблицы характеров.

**Глава 6.** Симметрия гамильтониана квантовомеханической системы.

Симметрия гамильтониана одноэлектронного приближения. Приведение представления, проекционные операторы, коэффициенты приведения. Ограничение неприводимого представления группы на подгруппу. Корреляционные таблицы. Расщепление энергетических уровней системы во внешнем поле. Правила отбора.

**Глава 7.** Метод малой группы.

Индукцированные представления. Характеры индуцированного представления. Теорема Фробениуса. Неприводимые представления группы с инвариантной подгруппы. Метод малой группы, допустимые представления малой группы, полные представления группы, проективные представления.

## **Глава 8.** Пространственные группы.

Подгруппа трансляций. Сингонии. Общий элемент пространственной группы. Обозначения пространственных групп. Неприводимые представления группы трансляций. Волновой вектор. Зона Бриллюэна. Точечная группа волнового вектора. Неприводимые представления пространственных групп, малое и полное неприводимые представления. Энергетические зоны.

## **Глава 9.** Группа перестановок.

Квантовомеханическое описание системы тождественных частиц. Группа перестановок. Неприводимые представления группы перестановок, схемы Юнга. Симметризованные степени представления. Свойства симметрии многоэлектронных волновых функций.

## **Глава 10.** Непрерывные группы.

Непрерывные группы линейных преобразований. Общие свойства групп Ли. Инфинитезимальные преобразования и законы сохранения. Группа двумерных вращений  $O^+(2)$ . Группа трехмерных вращений  $O^+(3)$ .

## **Глава 11.** Неприводимые представления группы трехмерных вращений.

Инфинитезимальные матрицы представлений группы  $O^+(3)$ . Неприводимые представления группы  $O^+(3)$ . Двухзначные представления. Неприводимые представления ортогональной группы  $O(3)$ . Сферические функции. Тензорное и спинорное представления группы вращения. Комплексно-сопряженные представления. Теорема Крамерса. Теорема Вигнера-Эккарта.

## **Глава 12.** Группа Лоренца и уравнение Дирака.

Общая группа Лоренца. Связь группы Лоренца с группой четырёхмерных вращений. Перестановочные соотношения для инфинитезимальных операторов. Неприводимые представления. Релятивистски инвариантные уравнения. Уравнение Дирака.

### **ЛИТЕРАТУРА:**

1. Петрашень М.И., Трифонов В.А. "Применение теории групп в квантовой механике", УРСС, 2010
2. Эварестов Р.А., Смирнов В.П., "Методы теории групп в квантовой химии твёрдого тела", издательство Ленинградского университета, 1987
2. Вигнер Е. "Теория групп и ее приложения к квантовомеханической теории атомных спектров", Москва УРСС 2000;
3. Ван дер Ванден "Метод теории групп в квантовой механике", Москва УРСС, 2002.